

# Compétence en algèbre élémentaire : du projet LINGOT au projet Sésamath LaboMep ; un regard sur le livret de compétences dans Wims

Brigitte Grugeon-Allys

LDAR Université Paris Diderot-Paris 7

IUFM d'Amiens - Université de Picardie J. Verne

# PLan

1. Complexité de la notion de compétence à travers des exemples
  2. Définition de la compétence algébrique – apports théoriques
  3. Evaluation de la compétence algébrique – Critères d'évaluation
  4. Retour sur le livret de compétence Wims
  5. Conclusion et perspectives
- 

# A l'origine de la réflexion sur la compétence, le projet

## LINGOT

### Questions initiales

- Projet pluridisciplinaire LINGOT (Delozanne et al. 2005)

### Enjeux

- Organiser la différenciation de l'enseignement/apprentissage
- Accompagner les changements dans le métier d'enseignant

### Domaine

- Algèbre élémentaire en fin de scolarité élémentaire

### Objectifs

- Concevoir, réaliser et évaluer des environnements informatiques de diagnostic et d'apprentissage en algèbre
- Prenant en compte la diversité des profils et parcours cognitifs possibles

# Quelques exercices dans le domaine de l'algèbre avec Wims

- ▶ Patchwork d'exos de la feuille 1
- ▶ Avec des questions à la clef :
  - « Qu'est ce qu'on évalue ? »
  - « Comment on l'évalue ? »
  - « A partir de quels types d'exercices ? »
  - « Sur quelle variété d'énoncés ? »
  - « Avec quelle analyse des réponses ? »

No	Titre
1	<a href="#">Développer un produit de 2 facteurs II</a>
2	<a href="#">Factorisation I</a>
3	<a href="#">Equations-Inéquations</a>
4	<a href="#">Equations-Inéquations</a>
5	<a href="#">Factorisation à étapes I</a>
6	<a href="#">Produit de facteurs</a>

Exercice.  
Développer l'expression suivante.

Brouillon

$$-9(t-3)(t+1)$$

a.  $9t^2-26t-3$

b.  $-9t^2+18t+27$

c.  $-9t^2+27t+18$

d.  $-9t^2+2t+3$

Choisir une lettre (a,b,c, ou d) correspondant à la bonne réponse.

Exercice.  
Factorisez l'expression:

$$4x(-6x-11)+(-6x-11)^2$$

Expression factorisée:  ×

Envoyer la réponse

Recommencer l'exercice

**Exercice 1.** Résoudre l'équation suivante :

$$2a + 3 = 9a + 7$$

Remarque : Le but de l'exercice est de tester la démarche de résolution. La machine va effectuer les calculs pour vous.

**Exercice 1.** Résoudre l'inéquation suivante :

$$4a + 5 > 2a + 3$$

Remarque : Le but de l'exercice est de tester la démarche de résolution. La machine va effectuer les calculs pour vous.

No	Titre
1	<a href="#">Développer un produit de 2 facteurs II</a>
2	<a href="#">Factorisation I</a>
3	<a href="#">Equations-Inéquations</a>
4	<a href="#">Equations-Inéquations</a>
5	<a href="#">Factorisation à étapes I</a>
6	<a href="#">Produit de facteurs</a>

Exercice.

Nous voulons factoriser l'expression:

$$(12x+9)(-x-5)+(-5x-25)$$

Première étape: choix du facteur commun: choisissez ▼

Envoyer la réponse

Exercice.

Quelle est la valeur de l'expression suivante pour  $b = 2$  ?

$$A = (12b + 4)(14b + 5)$$

Donner votre réponse sous une forme aussi simple que possible.

**Votre réponse :**

A =

Envoyer la réponse

# Initiation à l'algèbre au collège

--- Introduction ---

Choisissez les exercices :

Calcul littéral et aires  
Egalité vraie ou fausse ?  
Erreurs d'utilisation du signe égal.(#)  
Expressions et phrases (procédural)(#).  
Expressions et phrases (structurel)(#).  
Le signe égal dans tous les sens !

Une série aura  exercices.

Niveau de sévérité

Chronomètre  secondes.

Type d'expressions (exercices avec "#")  Exercices avec le signe égal

Bar

Exercice.

Des amis sont au bar. Ils consomment 5 cocas et 4 cafés et payent 38.6 euros.

Puis ils commandent 7 cocas et 2 cafés et payent 40 euros.

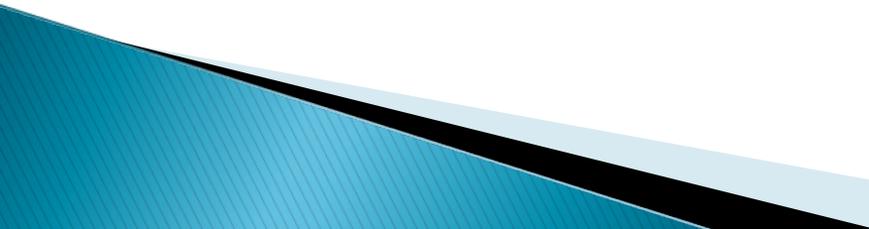
Quel est le prix d'un coca, et celui d'un café ?

Prix d'un coca:

Prix d'un café:

# Pour aller plus loin : à partir d'un problème de preuve en algèbre

**Énoncé :** « Tu penses un nombre, tu ajoutes 8, tu multiplies le résultat par 3, tu retranches 4, tu ajoutes le nombre initial, tu divises par 4, tu ajoutes 2, tu soustrais le nombre initial : tu as trouvé 7 ».  
L'affirmation est-elle vraie. Justifie le



# Des solutions

▶ **Solution de Éric** M : Pour le nombre 1,  
 $(1+8)3 = 27 - 4 = 23 + 1 = 24 / 4 = 6 + 2 = 8 - 1 = 7$

▶ **Solution de Marc** : Pour le nombre 2,  
 $2+8 = 10 ; 10 \times 3 = 30 ; 30 - 4 = 26 ; 26 + 2 = 28 ;$   
 $28/4 = 7 ; 7 + 2 = 9 ; 9 - 2 = 7$

▶ **Solution de Sandrine**

B= nombre pensé, S somme 1ère, S' somme 2nde, etc.

$(B + 8) 3 = S - 4 = S' + B = S2 / 4 = S3 + 2 = S4 - B = 7$   
tous les S / S' / S2 / S3 / S4 représentent les sommes trouvées après chaque opération. Une fois une opération effectuée, il faut avec le résultat trouvé faire l'autre opération et ainsi de suite donc c'est pour cela qu'il y a plusieurs S

## Solution de **Pascal** (retranscrite)

$$x + 8 \times 3 - 4 + x / 4 + 2 - x = 7$$

$$x + x - x = 8 \times 3 - 4 / 4 + 2$$

$$2x - x = 24 - 1 + 2$$

$$x = 25$$

Or x doit être égal à 7 et non à 25

$$36 + 8 \times 3 - 4 + 36 / 4 + 2 - 36$$

$$44 \times 3 - 4 + 36 / 4 + 2 - 36$$

$$132 - 4 + 36 / 4 + 2 - 36$$

$$164 / 4 + 2 - 36$$

$$41 + 2 - 36 (= 7)$$

## Solution de **Karine** :

$$x + 8 = 8x$$

$$3 \times (8x) = 24 + 3x = 27x$$

$$27x - 4 = 23x$$

$$23x + x = 24x$$

$$24x \div 4 = 6x$$

$$6x + 2 = 8x$$

$$8x - x = 7$$

la solution est bien égal à  $\boxed{7}$

## Solution de **Stéphanie** :

$$((x + 8) \times 3 - 4 + x) / 4 + 2 - x$$

$$= (3x + 24 - 4 + x) / 4 + 2 - x$$

$$= (4x + 20) / 4 + 2 - x$$

$$= x + 5 + 2 - x$$

$$= 7$$

# Premières questions

## « naïves »

- ▶ Qu'indiquent les modes d'évaluation ?
  - En termes de notes : mesure de performance associant taux de réussite et nombre d'essais
  - Et en termes de compétences
    - 6 Evaluation de la réussite aux exercices / aspects de la compétence évaluée
    - Evaluation du développement conceptuel dans un mathématique domaine donné
  - Qu'est-ce qu'on entend par compétence associée à des exercices ?
    - 6 A partir de quelle conception de la notion de compétence ? Quels critères d'élaboration ?

# Les questions étudiées

- ▶ Comment caractériser la compétence des élèves en algèbre élémentaire ?
- ▶ Quels apports de l'évaluation par compétences par rapport à des évaluations quantitatives (par les notes) ?
- ▶ Quelles exploitations par le professeur ?
  - Comment permettre aux enseignants de prendre en compte la variété des bilans de compétences des élèves dans un domaine donné pour différencier « de façon économique » l'enseignement dans ce domaine, à un niveau donné ?
- ▶ En quoi l'approche par compétence permet-elle de définir des parcours différenciés d'apprentissage articulés à un diagnostic au sein de la classe ?

# Éléments théoriques

- ▶ En Psychologie cognitive
  - Les compétences résultent des formes d'organisation de l'activité mises en œuvre dans **un ensemble de situations et pour un ensemble de concepts d'un domaine donné**
  - Un des enjeux de l'évaluation des compétences est l'étude des filiations et des ruptures au cours du développement des compétences et des conceptualisations dans leur variété et leurs différences
- ▶ En didactique des mathématiques
  - Champs conceptuels (Vergnaud) : ensemble de situations, de propriétés, de représentations
  - Travaux de didactique de l'algèbre (Kieran, Chevallard, Drouhard, Grugeon, ...)

# Le champ de l'algèbre : deux principales dimensions

Algèbre comme ensemble structuré d'objets (expressions, formules, équations) avec

- ✓ des modes de calcul,
- ✓ des propriétés spécifiques,
- ✓ des systèmes de représentation (représentation symbolique algébrique articulée avec d'autres systèmes de représentation)

Algèbre comme outil d'étude de problèmes

- ✓ de résolution *via* la modélisation ou la mise en équation
- ✓ de généralisation et de preuve (cadres numérique, géométrique, algébrique))
- ✓ de calcul (cadres algébrique et fonctionnel)

Le rôle d'un modèle de compétence algébrique à ce

# Modèle de la compétence algébrique

## – Fin scolarité obligatoire (Grugeon 95)

### **Décrite à travers les capacités à :**

- ▶ résoudre **différents types de problèmes** (mise en équation, modélisation, preuve),
- ▶ mobiliser puis à manipuler **les objets de l'algèbre** en prenant en compte à la fois leur dimension syntaxique (règles de transformation) et sémantique (sens et équivalence des expressions).

### **A ce niveau scolaire, prise en compte de :**

- ▶ la rupture arithmétique / algèbre,
- ▶ la capacité à interpréter les expressions algébriques à la fois dans leur aspect procédural (programme de calcul) et structural (structure de l'expression) et à les mettre en relation,
- ▶ la flexibilité à adapter les interprétations et les représentations dans le but de piloter et de contrôler le travail algébrique.

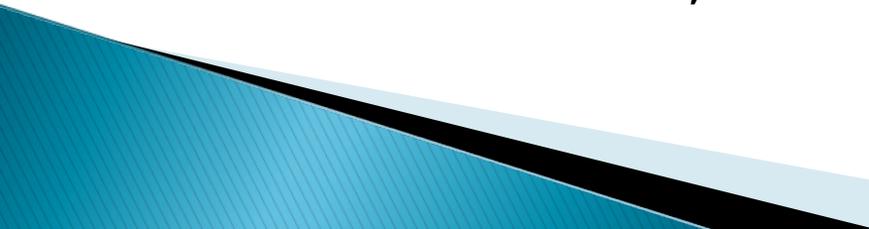
# Modèle de l'activité algébrique (Kieran 04)

- *Générative* : concerne la formation des objets de l'algèbre dans la dialectique outil / objet
  - Différents types de problèmes : expressions algébriques (nombres généralisés), formules (variables), équations (inconnues)
- *Transformationnelle* : concerne l'usage de règles de calcul algébrique
  - Développer, factoriser, réduire, résoudre des équations, ..
    - Équivalence d'expressions (aspects syntaxique / sémantique (Drouhard 92), technique / théorique (Lagrange 02))
- *Méta globale* : concerne la mobilisation de

# Évaluation en algèbre élémentaire

- Une variété d'exercices d'évaluation
  - Qui caractérisent les nombreux aspects de l'activité algébrique 
  - A travers différentes classes d'exercices du domaine
- Une grille d'analyse multidimensionnelle des productions des élèves
  - Pour définir des bilans de compétence
    - Autour de 3 composantes
      - Calcul algébrique
      - Traduction et mise en relation de représentations 
      - Usage de l'algèbre

# 3 types de tâches d'évaluation

1. Effectuer du calcul algébrique
    - Développer, factoriser, résoudre des équations, ...
  2. Traduire des relations mathématiques ou associer diverses représentations d'un objet
  3. Résoudre des problèmes
    - Généralisation, preuve,
    - Mise en équation,
    - Modélisation, calcul ou optimisation
- 

# Effectuer du calcul algébrique

**Énoncé 3 :** Parmi les réponses proposées, cochez dans chaque cas celle qui est correcte. Notez, si besoin, les calculs réalisés.

Q1 - Le développement de  $(2x - y)^2$  est :

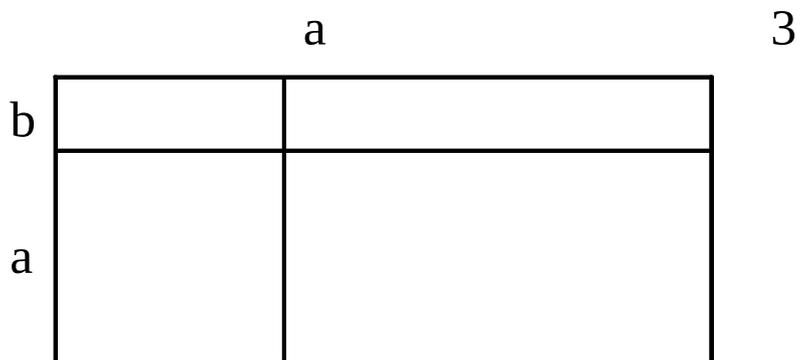
<input type="checkbox"/>	$2x^2 - 4xy + y^2$	<input type="checkbox"/>	$4x^2 - y^2$	<input type="checkbox"/>	$4x^2 - 4xy + y^2$	<input type="checkbox"/>	$2x^2 - 4xy - y^2$	<input type="checkbox"/>	$4x^2 - 2xy + y^2$
--------------------------	--------------------	--------------------------	--------------	--------------------------	--------------------	--------------------------	--------------------	--------------------------	--------------------

Q2 - L'expression  $(x + 2)^2 - 5(x + 2)$  a pour forme factorisée :

<input type="checkbox"/>	$(x + 2)(-3)$	<input type="checkbox"/>	$(x+2)(-5x+10)$	<input type="checkbox"/>	$(x+2)(x - 3)$	<input type="checkbox"/>	$(x+2)+(x-3)$	<input type="checkbox"/>	$x^2 - x - 6$
--------------------------	---------------	--------------------------	-----------------	--------------------------	----------------	--------------------------	---------------	--------------------------	---------------

# Traduire une relation ou associer diverses représentations

**Énoncé 1 : Q1** - Indiquez comment vous calculez l'aire du rectangle :



Q2 - Cochez la ou toutes les expressions qui donne(nt) l'aire du rectangle.

<input type="checkbox"/>	$a+b(a+3)$	<input type="checkbox"/>	$a+3 (a+b)$
<input type="checkbox"/>	$3a^2b$	<input type="checkbox"/>	$(a+b)(a+3)$
<input type="checkbox"/>	$(a+3)(b+a)$	<input type="checkbox"/>	$3ab + 3 a^2$
<input type="checkbox"/>	$3a \times 3b + a^2 \times ba$	<input type="checkbox"/>	$ab + 3b + a^2 + 3a$
<input type="checkbox"/>	$a^2b + 3ab$	<input type="checkbox"/>	$2a + b + 3$

# Mobiliser l'algèbre pour résoudre des problèmes

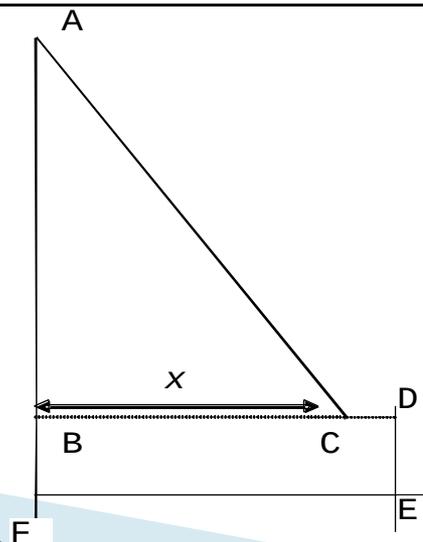
## Énoncé :

Un élève dit à un copain : “ Tu penses à un nombre, tu ajoutes 8, tu multiplies par 3, tu soustrais 4, tu ajoutes ton nombre, tu divises par 4, tu ajoutes 2, tu soustrais ton nombre : tu as trouvé 7 ”. Indiquez si cette affirmation est vraie ou fausse. Justifiez votre réponse.

## Énoncé :

ABC est un triangle rectangle en B. BDEF est un rectangle.  $AB=10$  ,  $CD=1$  ,  $BF=2$  ,  $BC=x$

Q3 - Pour quelle(s) valeur(s) de  $x$  les deux aires sont-elles égales ?



# Niveaux de développement en algèbre - en 3<sup>ème</sup>/2<sup>nd</sup>

- CA : Calcul algébrique
  - ✓ 3 niveaux :
    - Calcul intelligent et contrôlé, calcul peu contrôlé et en aveugle avec des règles erronées, calcul sans signification voire sans priorités opératoires
- T: Traduction d'une représentation à une autre
  - ✓ 3 niveaux :
    - Traduction contrôlée, traduction peu contrôlée car peu de reformulation, traduction comme pour schématiser.
- UA : Usage de l'algèbre
  - ✓ 4 niveaux :
    - Usage maîtrisé, usage adapté dans certains types de problèmes, usage non motivé et non compris, usage faible avec démarches arithmétiques.

# Échelles sur la composante CA : Calcul algébrique

## Composante

## Objectif

## Niveaux de compétence

Calcul  
Algébrique  
(CA)

Etudier la  
capacité à  
faire du calcul  
algébrique

*Niveau 1* (palier 3?) : Traitement algébrique prenant en compte les aspects syntaxique et sémantique des expressions s'appuyant sur une adaptabilité dans l'interprétation des expressions selon les usages visés (conception structurale).

*Niveau 2* : Traitement encore majoritairement syntaxique avec des erreurs récurrentes de transformation privilégiant une conception procédurale des expressions.

*Niveau 3* : Traitement s'appuyant sur une conception pseudo-structurale, mettant en jeu des règles de formation et de transformation incorrectes du type concaténation.

# Des conditions pour évaluer des compétences

- ▶ Sélection d'exercices de « niveaux de difficultés » variés - variables à retenir liées

## **Aux niveaux de mise en fonctionnement des connaissances (Robert) :**

- ▶ le niveau des connaissances techniques
- ▶ le niveau du mobilisable
- ▶ le niveau du disponible.

## **Aux adaptations demandées par l'énoncé**

- ▶ Réécriture d'expressions
- ▶ Reformulations de représentations langagières,
- ▶ Questions plus ou moins ouvertes → création d'étapes intermédiaires

Exercice.

Factorisez l'expression:

$$4x(-6x-11)+(-6x-11)^2$$

Expression factorisée:  ×

Envoyer la réponse

Exercice.

Nous voulons factoriser l'expression:

$$(12x+9)(-x-5)+(-5x-25)$$

Première étape: choix du facteur commun:

E désigne le nombre d'élèves et P le nombre de professeurs du collège.  
Traduire la relation entre les variables E et P : Il y a six fois plus d'élèves que de professeurs dans le collège.

E désigne le nombre d'élèves et P le nombre de professeurs du collège.  
Traduire la relation entre les variables E et P : Le nombre d'élèves est six fois plus grand que le nombre de professeurs dans le collège.

# Questions sur la conception des livrets de compétences WIMS

- ▶ La prise en compte de la complexité de la compétence algébrique
  - Est-ce que les différents aspects de la compétence algébrique à évaluer sont pris en compte ?
- ▶ Le choix des exercices
  - Est-ce que des exercices sont associés aux différents aspects de la compétence algébrique à évaluer ?
  - De façon coordonnée au programme du domaine et du niveau scolaire
- ▶ Le « niveau de difficultés » des exercices
  - Est-elle variée pour définir des paliers de compétence / réussite attendue ?
- ▶ La prise en compte du développement conceptuel
  - L'analyse des niveaux (démarches et erreurs )

# Livret de compétence WIMS

- Informations sur cette compétence [ [Supprimer](#) ] :

- Titre de la compétence : compétence algébrique version1

- Nombre de paliers : 2 ▼

Enregistrer

- Palier 1 : **compétence algébrique autour du calcul (technique)** [ [Modifier](#) [Supprimer](#) ]

- 1.2 **Factorisation I** exercices sur la factorisation et le développement.
- 1.3 **Equations-Inéquations** résolution libre d'une équation, d'un système d'équations ou d'une inéquation (collège).
- 1.6 **Produit de facteurs** Evaluation d'expression algébrique.
- 3.1 **Compléter 4** exercices sur le calcul littéral (Programme 2008).
- 3.2 **Développer (a+b)(c+d)#** exercices sur le calcul littéral (Programme 2008).
- 3.3 **Développer (a-b)<sup>2</sup> #** exercices sur le calcul littéral (Programme 2008).
- 3.4 **Factoriser a<sup>2</sup>-2ab+b<sup>2</sup>** exercices sur le calcul littéral (Programme 2008).
- 3.5 **Factoriser a<sup>2</sup>-b<sup>2</sup>** exercices sur le calcul littéral (Programme 2008).

- Palier 2 : **compétence algébrique autour du calcul (expressions plus complexes et étapes)** [ [Modifier](#) [Supprimer](#) ]

- 1.1 **Développer un produit de 2 facteurs II** exercices sur la factorisation et le développement.
- 1.5 **Factorisation à étapes I** exercices sur la factorisation et le développement.
- 1.4 **Equations-Inéquations** résolution libre d'une équation, d'un système d'équations ou d'une inéquation (collège).

Choix d'exercices (feuille 1) associés au livret de compétences ne permet d'évaluer que la composante « calcul » de la compétence algébrique

# Livret de compétences et évaluation de la Compétence algébrique

- Informations sur cette compétence [ [Supprimer](#) ] :

- Titre de la compétence :

- Nombre de paliers :

- Palier 1 : **sur les 3 composantes (calcul, traduction et outil de résolution) niveau technique** [ [Modifier](#) [Supprimer](#) ]

- 1.6 **Produit de facteurs** Evaluation d'expression algébrique.
- 2.1 **Priorités et calcul** collection d'exercices sur le calcul.
- 2.2 **Erreurs d'utilisation du signe égal.(#)** exercices sur les expressions algébriques (toutes classes de collège)...
- 2.3 **Comprendre et appliquer un algorithme 1** initiation au calcul littéral (Niveau 6e).
- 3.1 **Compléter 4** exercices sur le calcul littéral (Programme 2008).
- 3.2 **Développer (a+b)(c+d)#** exercices sur le calcul littéral (Programme 2008).
- 3.3 **Développer (a-b)<sup>2</sup> #** exercices sur le calcul littéral (Programme 2008).
- 3.4 **Factoriser a<sup>2</sup>-2ab+b<sup>2</sup>** exercices sur le calcul littéral (Programme 2008).
- 3.5 **Factoriser a<sup>2</sup>-b<sup>2</sup>** exercices sur le calcul littéral (Programme 2008).
- 1.3 **Equations-Inéquations** résolution libre d'une équation, d'un système d'équations ou d'une inéquation (collège).
- 2.6 **Syntaxe des expressions mathématiques** comment lire, écrire, ou dessiner une expression.
- 2.11 **Expressions et phrases (procédural)(#)**. exercices sur les expressions algébriques (toutes classes de collège)...
- 2.13 **Expressions et phrases (structurel)(#)**. exercices sur les expressions algébriques (toutes classes de collège)...
- 2.4 **Calcul littéral et aires** exercices sur les expressions algébriques (toutes classes de collège)...
- 2.5 **Utiliser la lettre x pour calculer** exercices sur le calcul littéral (Programme 2008).
- 2.10 **Cinéma** problèmes de mise en équation au lycée.

- Palier 2 : **sur les 3 composantes (calcul, traduction et outil de résolution) niveau nécessitant réécriture et interprétation** [ [M](#)

- Palier 2 : **sur les 3 composantes (calcul, traduction et outil de résolution) niveau nécessitant réécriture et interprétation**
  - 1.1 **Développer un produit de 2 facteurs II** exercices sur la factorisation et le développement.
  - 1.2 **Factorisation I** exercices sur la factorisation et le développement.
  - 1.4 **Equations-Inéquations** résolution libre d'une équation, d'un système d'équations ou d'une inéquation (collège).
  - 1.5 **Factorisation à étapes I** exercices sur la factorisation et le développement.
  - 2.4 **Calcul littéral et aires** exercices sur les expressions algébriques (toutes classes de collège)...
  - 2.7 **Syntaxe des expressions mathématiques** comment lire, écrire, ou dessiner une expression.
  - 2.12 **Expressions et phrases (procédural)(#)**. exercices sur les expressions algébriques (toutes classes de collège)...
  - 2.14 **Expressions et phrases (structurel)(#)**. exercices sur les expressions algébriques (toutes classes de collège)...
  - 2.9 **Bar** problèmes de mise en équation au lycée.
- Palier 3 : **sur les 3 composantes (calcul, traduction et outil de résolution) niveau de bonne adaptation** [ [Modifier](#) [Supprimer](#) ]
  - 1.1 **Développer un produit de 2 facteurs II** exercices sur la factorisation et le développement.
  - 1.2 **Factorisation I** exercices sur la factorisation et le développement.
  - 1.4 **Equations-Inéquations** résolution libre d'une équation, d'un système d'équations ou d'une inéquation (collège).
  - 1.5 **Factorisation à étapes I** exercices sur la factorisation et le développement.
  - 2.4 **Calcul littéral et aires** exercices sur les expressions algébriques (toutes classes de collège)...
  - 2.7 **Syntaxe des expressions mathématiques** comment lire, écrire, ou dessiner une expression.
  - 2.12 **Expressions et phrases (procédural)(#)**. exercices sur les expressions algébriques (toutes classes de collège)...
  - 2.14 **Expressions et phrases (structurel)(#)**. exercices sur les expressions algébriques (toutes classes de collège)...
  - 2.9 **Bar** problèmes de mise en équation au lycée.

De nouvelles tâches pour évaluer les composantes  
« Traduction » et « Outil algébrique » pour résoudre  
Besoin de tâches pour évaluer la dimension outil  
algébrique (prouver une identité, modéliser, mettre en  
équation) dans différents paliers  
Besoin de tâches sur la composante « traduction et  
interprétation » pour les paliers 2 et 3

Exercice.



Si la longueur  $AB$  vaut  $x$ , combien vaut la longueur  $AC$  ?

Ma formule :  $AC =$

Entrez votre réponse : (étape 1/2)

### Bar

Exercice.

Des amis sont au bar. Ils consomment 5 cocas et 4 cafés et payent 38.6 euros.

Puis ils commandent 7 cocas et 2 cafés et payent 40 euros.

Quel est le prix d'un coca, et celui d'un café ?

Prix d'un coca:	<input type="text"/>
Prix d'un café:	<input type="text"/>

## --- Apparier des expressions de même syntaxe ---

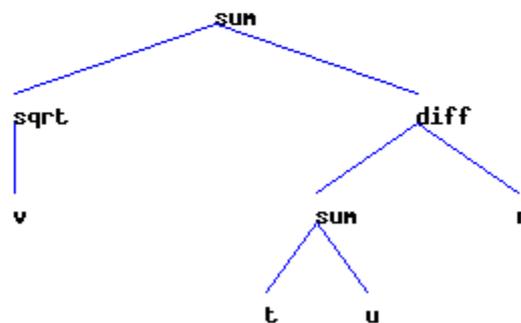
**Enoncé.** Soit  $E$  l'expression définie par :

$$E = \sqrt{t+u} + (v-n)$$

Cocher celles des affirmations suivantes qui sont vraies.

- 
- 1. Aucune des affirmations suivantes n'est vraie.
  - 2. Pour saisir  $E$  au clavier on écrit : `sqrt(t+u)+(v-n)`
  - 3.  $E$  s'énonce en langage naturel comme : la somme de la racine carrée de la somme de  $t$  et de  $u$  et de la différence de  $v$  et de  $n$

- 4. L'arbre syntaxique de  $E$  est :



Exercice.

Relier chaque expression à la phrase correspondante :

$$1.1 \times 7.5 + 6.5d$$

$$(1.1 + 6.5)(7.5 + d)$$

$$1.1 \times 7.5 - 6.5d$$

$$(1.1 - 6.5)(7.5 - d)$$

$$(1.1 - 6.5)(7.5 + d)$$

$$1.1 \times 7.5 + 1.1d + 6.5 \times 7.5 + 6.5d$$

Le produit de la différence entre 1.1 à 6.5 et de la différence entre 7.5 et  $d$ .

Le produit de la somme de 1.1 et 6.5 et de la somme de 7.5 et  $d$ .

La somme du produit de 1.1 et 7.5 , du produit de 1.1 et  $d$  , du produit de 6.5 et 7.5 et du produit de 6.5 et  $d$ .

La différence entre le produit de 1.1 et 7.5 et le produit de 6.5 et  $d$ .

La somme du produit de 1.1 et 7.5 et du produit de 6.5 et  $d$ .

Le produit de la différence entre 1.1 à 6.5 et de la somme de 7.5 et  $d$ .

Envoyer la réponse

# Des exercices à ajouter

On considère les 3 programmes de calcul suivants :

Programme 1 : *choisir un nombre ; multiplier ce nombre par 4 ; ajouter 3 au produit obtenu.*

Programme 2 : *choisir un nombre ; multiplier ce nombre par 7.*

Programme 3 : *choisir un nombre ; multiplier ce nombre par 4 ; ajouter au produit obtenu le triple du nombre choisi.*

Ces trois programmes donnent-ils tous le même résultat ? Conjecturer le. Prouver la conjecture

On considère les expressions suivantes :  $A = 3x^2 + 2(x+6) + 8$

$B = (3x + 1)(x+2) - 5x + 18$

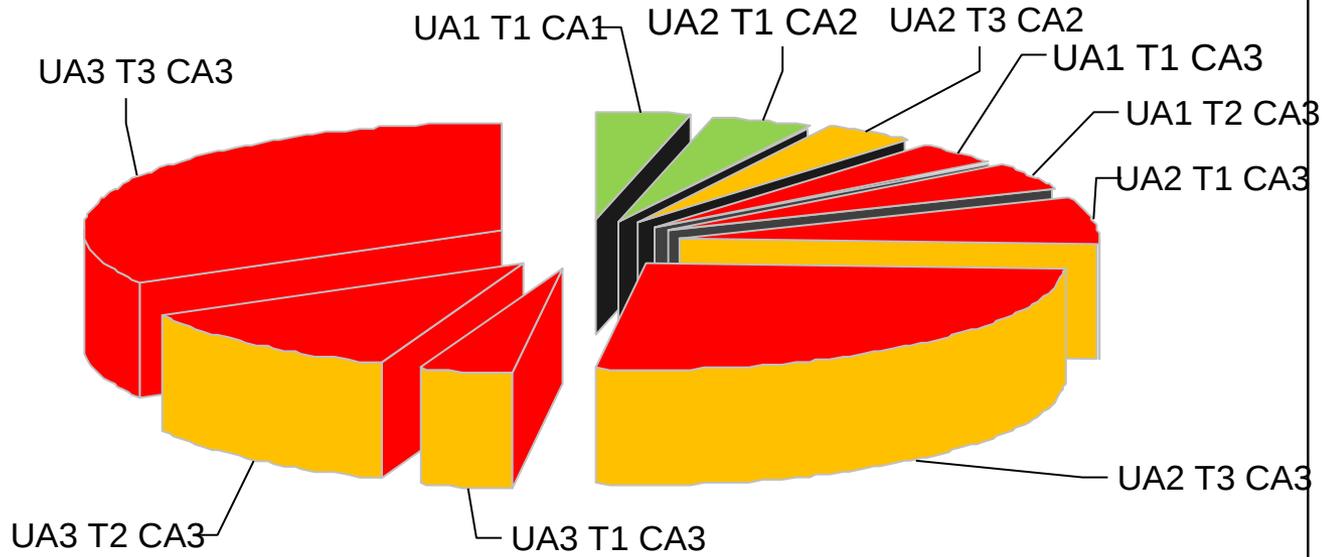
Calcule A et B pour  $x = -3$  ;  $x = 1$ . Que conjecture-t-on ? Justifie le.

$C = 2x^2 + 4x - 4$  ;  $D = (3x-3)(x+3)$ . Mêmes questions.

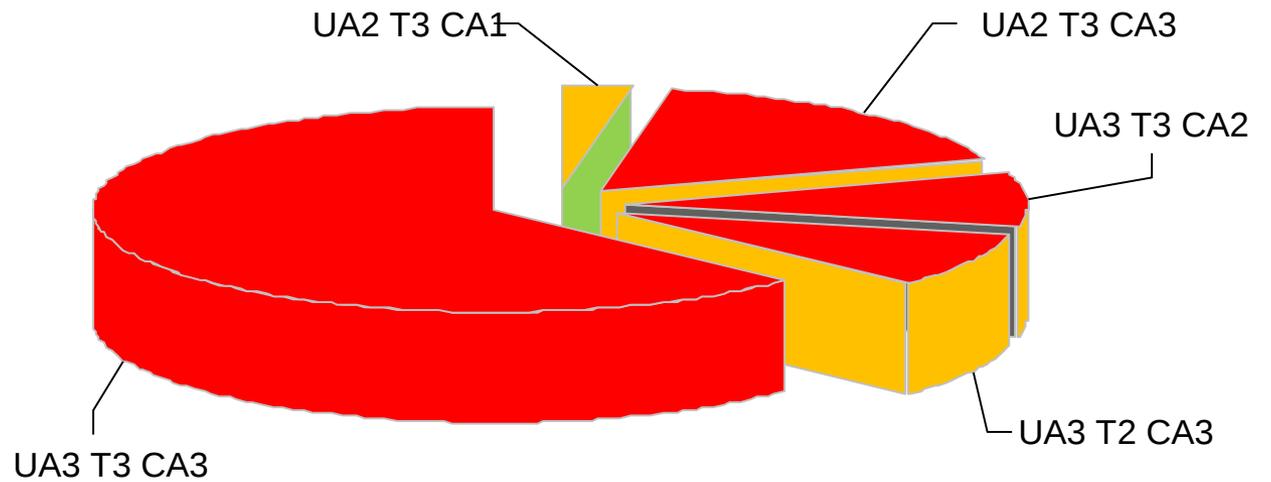
# Intégration à venir dans LaboMep

- ▶ Fin de scolarité obligatoire
  - **Domaine mathématique** : algèbre élémentaire
  - **Evaluation diagnostique** : 10 tâches diagnostiques – grille d'analyse multidimensionnelle (différents niveaux de codage – local – transversal et global)
  - **Interprétation du diagnostic** :
    - 6 Géographie de la classe avec répartition des élèves par groupes de bilans de connaissances et compétences
  - **Proposition de pistes pour organiser la différenciation** en fonction des bilans de compétences selon plusieurs paramètres :
    - 6 Types de tâches ou capacités à travailler
    - Contextes ou cadres des exercices
    - Niveau de difficultés des exercices

### 2d3 (10th grade)



### 2d10 (10th grade)



Delozanne, Vincent,  
Grugeon 2005

# Usages possibles par le professeur

- Organisations possibles de l'enseignement
  - 6 Dans la classe / hors classe
    - À partir du choix d'un thème mathématique
    - À partir d'un scénario de travail motivé par
      - f la progression et le moment de l'enseignement (introduction, application, réinvestissement)
    - l'individualisation de l'apprentissage
    - À partir des bilans de compétences et selon le scénario
      - Proposition de listes de tâches adaptées
      - Analyse contextuelle des erreurs et proposition d'aides adaptées aux difficultés des élèves

# Exemple 1 – Objectifs (Grugeon, Pilet 2010)

**Peu de sens donné au calcul littéral et peu ou pas d'utilisation pour résoudre des problèmes**  
(CA3, TA3, UA3 – UA4)

## **Fragilités**

- Trop peu de signification donnée aux lettres, aux objets de l'algèbre.
- Démarches arithmétiques.
- Règles fausses : concaténation, linéarisation.
- Pas de maîtrise de l'équivalence.
- Trop peu de liens entre le registre des écritures algébriques et les autres

## **Levier**

- Cadre numérique (suivant les cas).

## **Objectifs**

- Donner du sens aux lettres et aux expressions à travers la généralisation de programmes de calcul et un appui sur le numérique.
- Développer les points du calcul algébrique.

**Pistes pour un parcours :**  
**En classe ; Contexte : calcul littéral et factorisation**

- Stabiliser le cadre numérique. Tâches de calcul réfléchi.
- Donner du sens aux lettres et aux expressions.
- Généraliser un programme de calcul;
- **Montrer que deux programmes de calculs sont équivalents.**
- Déstabilisation des identités fausses.
- Montrer qu'une identité est fausse(contre-exemple) / vraie (preuve).
- Structure – équivalence.
- Deux expressions sont-elles équivalentes ? Conjecture - preuve
- Travail de la technique : factoriser

# Des exercices

**P2.** On considère les 3 programmes de calcul suivants :

Programme 1 : *choisir un nombre ; multiplier ce nombre par 4 ; ajouter 3 au produit obtenu.*

Programme 2 : *choisir un nombre ; multiplier ce nombre par 7.*

Programme 3 : *choisir un nombre ; multiplier ce nombre par 4 ; ajouter au produit obtenu le triple du nombre choisi.*

Ces trois programmes donnent-ils tous le même résultat ? Conjecturer le. Prouver la conjecture

**P3.** Les égalités suivantes sont-elles vraies pour toutes valeurs de  $a$  ? Justifier votre réponse

$$3a+5 = 8a \quad ; \quad a+a^2 = 2a^3 \quad ; \quad (a+b)^2 = 2(a+b)$$

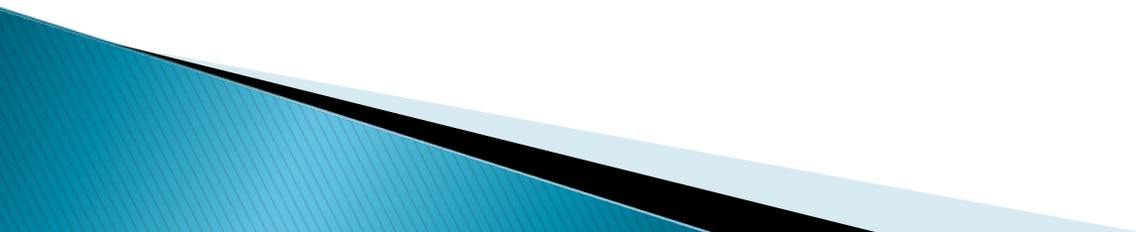
$$(x-1)^3 = 3(x-1) \quad ; \quad 2a^2 = (2a)^2$$

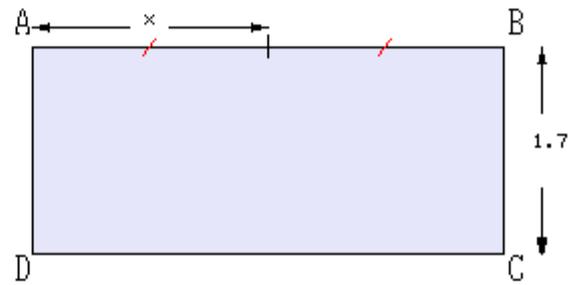
**P4.** On considère les expressions suivantes :  $A = 3x^2+2(x+6) +8$   
 $B = (3x + 1) (x+2) - 5x+18$

Calcule  $A$  et  $B$  pour  $x = -3$  ;  $x = 1$  ;  $x = 2$ . Avec un tableur ? Que conjecture-t-on ? Justifie le.

# Éléments de conclusion et perspectives

- ▶ Les bilans de compétences (locaux, globaux) selon les trois composantes constituent un outil conceptuel pour différencier l'enseignement ou pour personnaliser l'apprentissage
  - Automatisation du calcul de ces bilans pour permettre leur exploitation par les enseignants
- ▶ L'importance des analyses épistémologique, cognitive et didactique pour expliciter les compétences
- ▶ L'exploitation des bilans de compétences pour concevoir des situations dans les ENT :
  - Local : analyse des erreurs et rétroaction contextuelle
  - Global : parcours différenciés

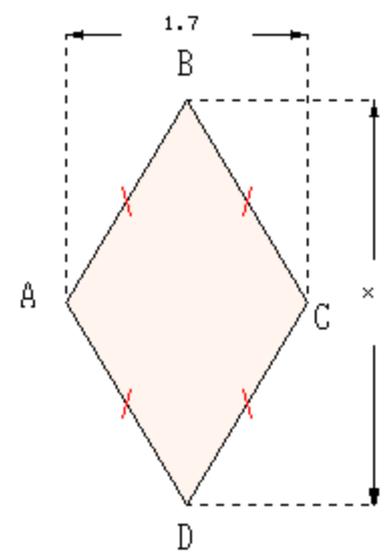




Calcul littéral et aires

Importer dans la classe

Exercice.



Déterminer la formule qui permettrait de calculer l'aire de la figure si on connaissait la longueur  $x$ .

Ma formule pour l'aire de la figure :

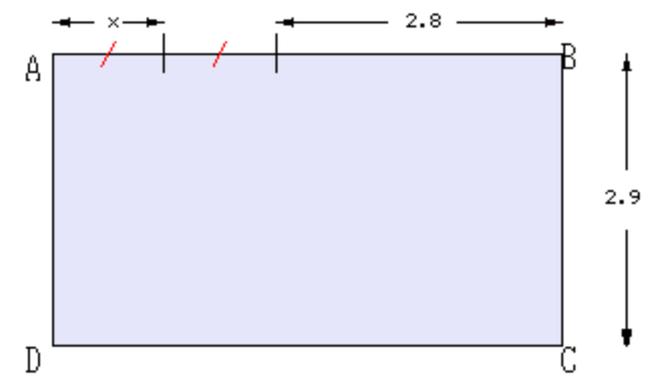
Entrez votre réponse : (étape 1/2)

Envoyer la réponse

- Insérer dans une feuille de travail
- Importer dans la classe

### Calcul littéral et aires

Exercice.



Déterminer la formule qui permettrait de calculer l'aire de la figure si on connaissait la longueur  $x$ .

Ma formule pour l'aire de la figure :

- Insérer dans une feuille de travail
- Importer dans la classe

### Comprendre et appliquer un algorithme 1

Exercice.  
On donne le programme de calcul F suivant :

Je choisis un nombre.  
Je lui soustrais 1,5.  
Je multiplie le résultat par 10,5

Que donne le programme F lorsqu'on entre la valeur 5,1 ?

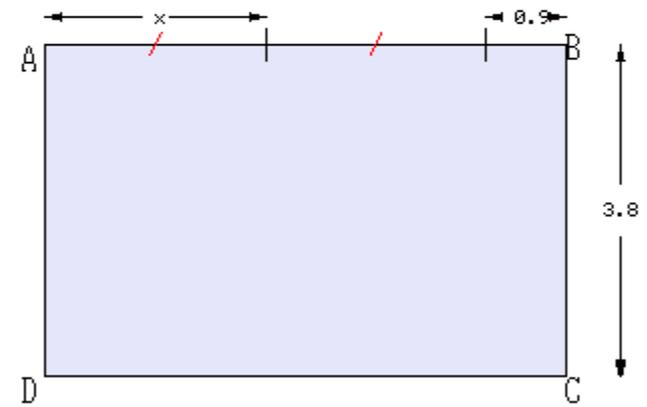
Envoyer la réponse

Recommencer l'exercice

- Insérer dans une feuille de travail
- Importer dans la classe

### Calcul littéral et aires

Exercice.



Déterminer la formule qui permettrait de calculer l'aire de la figure si on connaissait la longueur  $x$ .

Ma formule pour l'aire de la figure :

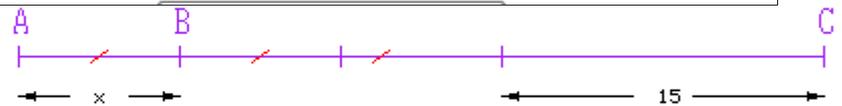
Exercice.



Si la longueur  $AB$  vaut  $x$ , combien vaut la longueur  $AC$  ?

Ma formule :  $AC =$

Entrez votre réponse : (étape 1/2)



Si la longueur  $AB$  vaut  $x$ , combien vaut la longueur  $AC$  ?

Ma formule :  $AC =$

Entrez votre réponse : (étape 1/2)

- Insérer dans une feuille de travail
- Importer dans la classe

Traduire un texte en expression

Exercice.  
Au supermarché, un aspirateur coûte 28,2 euros.  
Quelle est l'expression qui donne le prix de  $z$  objets en fonction de  $z$  ?

Entrez votre réponse :

- 28,2 - z
- z + 28,2
- z - 28,2
- z × 28,2
- je n'ai aucune idée

Envoyer la réponse

Recommencer l'exercice

Insérer dans une feuille de travail

## --- Nature d'une expression ---

**Enoncé.** Donner la nature de l'expression  $E$  définie par :

$$E = y^2 - kz$$

La nature d'une expression est la dernière opération ou fonction effectuée quand on construit l'expression à partir de nombres variables ou constants. Quand opération ou fonction qu'on va citer.

L'expression  $E$  est

[Renouveler l'exercice](#)

Insérer dans une  
feuille de travail

## --- Appariar des expressions de même syntaxe ---

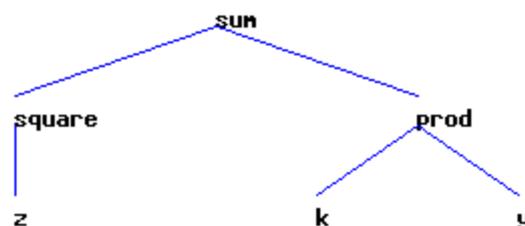
**Enoncé.** Soit  $E$  l'expression définie par :

$$E = z + (ky)^2$$

Cocher celles des affirmations suivantes qui sont vraies.

- 1. Aucune des affirmations suivantes n'est vraie.
- 2. Pour saisir  $E$  au clavier on écrit :  $z^2+k*y$
- 3.  $E$  s'énonce en langage naturel comme : la somme du carré de  $z$  et du produit de  $k$  et de  $y$

- 4. L'arbre syntaxique de  $E$  est :



[Renouveler l'exercice](#)

## --- Apparier des expressions de même syntaxe

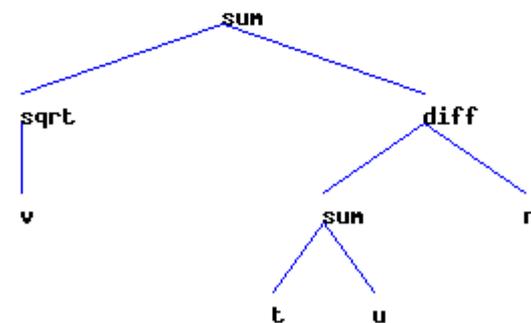
Enoncé. Soit  $E$  l'expression définie par :

$$E = \sqrt{t + u} + (v - n)$$

Cocher celles des affirmations suivantes qui sont vraies.

- 1. Aucune des affirmations suivantes n'est vraie.
- 2. Pour saisir  $E$  au clavier on écrit : `sqrt(t+u)+(v-n)`
- 3.  $E$  s'énonce en langage naturel comme : la somme de la racine carrée de la somme de  $t$  et de  $u$  et de la différence de  $v$  et de  $n$

- 4. L'arbre syntaxique de  $E$  est :



Importer dans la classe

Exercice.  
Relier chaque expression à la phrase correspondante :

$$(x - z)(2.4 - 2.8)$$

Ajouter  $x$  et  $z$ . Ajouter  $2.4$  et  $2.8$ . Puis multiplier les deux résultats.

$$(x + z)(2.4 + 2.8)$$

Multiplier  $x$  et  $2.4$ . Multiplier  $z$  et  $2.8$ . Soustraire les deux résultats.

$$(x - z)(2.4 + 2.8)$$

Multiplier  $x$  et  $2.4$ . Multiplier  $z$  et  $2.8$ . Ajouter les deux résultats.

$$x \times 2.4 + z \times 2.8$$

Multiplier  $x$  et  $2.4$ . Multiplier  $x$  et  $2.8$ . Multiplier  $z$  et  $2.4$ . Multiplier  $z$  et  $2.8$ . Ajouter les quatre résultats.

$$x \times 2.4 - z \times 2.8$$

Soustraire  $z$  à  $x$ . Ajouter  $2.4$  et  $2.8$ . Puis multiplier les deux résultats.

$$x \times 2.4 + x \times 2.8 + z \times 2.4 + z \times 2.8$$

Soustraire  $z$  à  $x$ . Soustraire  $2.8$  à  $2.4$ . Puis multiplier les deux résultats.



Page d'accueil



Logout



Références



Intro/Config



Aide



À propos de cette ressource



Afficher ce module sur un site

## --- Apparier des expressions de même syntaxe ---

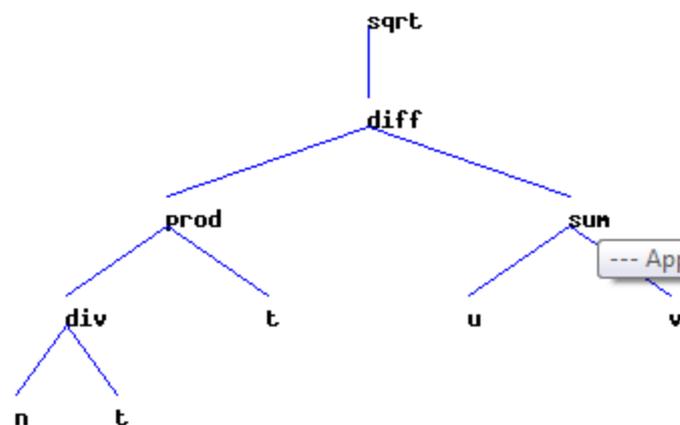
Enoncé. Soit  $E$  l'expression définie par :

$$E = \sqrt{\left(\frac{n}{t}\right)t - (u + v)}$$

Cocher celles des affirmations suivantes qui sont vraies.

1. Aucune des affirmations suivantes n'est vraie.
2. Pour saisir  $E$  au clavier on écrit : `sqrt((n/t)*t-(u+v))`
3.  $E$  s'énonce en langage naturel comme : la racine carrée de la différence du produit de  $t$  et du quotient de  $n$  par  $t$  et de la somme de  $u$  et de  $v$

4. L'arbre syntaxique de  $E$  est :



- [Insérer dans une feuille de travail](#)
- [Importer dans la classe](#)

### factorisation d'expression 2

Exercice.

Factoriser l'expression:

$$9x^2 - 1$$

Expression factorisée:

Taper  $\text{sqrt}(a)$  pour  $\sqrt{a}$ .

Convertir Sélectionner

Favoris Sites suggérés Customize Links Plus de compléments...

http://wims.auto.u-psud.fr/wims/wims.cgi?sessi...

Exercice.  
Relier chaque expression à la phrase correspondante :

- $1.1 \times 7.5 + 6.5d$
- $(1.1 + 6.5)(7.5 + d)$
- $1.1 \times 7.5 - 6.5d$
- $(1.1 - 6.5)(7.5 - d)$
- $(1.1 - 6.5)(7.5 + d)$
- $1.1 \times 7.5 + 1.1d + 6.5 \times 7.5 + 6.5d$

- Le produit de la différence entre 1.1 à 6.5 et de la différence entre 7.5 et  $d$ .
- Le produit de la somme de 1.1 et 6.5 et de la somme de 7.5 et  $d$ .
- La somme du produit de 1.1 et 7.5 , du produit de 1.1 et  $d$  , du produit de 6.5 et 7.5 et du produit de 6.5 et  $d$ .
- La différence entre le produit de 1.1 et 7.5 et le produit de 6.5 et  $d$ .
- La somme du produit de 1.1 et 7.5 et du produit de 6.5 et  $d$ .
- Le produit de la différence entre 1.1 à 6.5 et de la somme de 7.5 et  $d$ .

Envoyer la réponse

- insérer dans une feuille de travail
- Importer dans la classe

### Expressions et phrases (structurel)(#).

Exercice.  
Relier chaque expression à la phrase correspondante :

$$x^2 + 6.7^2$$

Le carré de la différence entre  $x$  et  $6.7$ .

$$(x - 6.7)^2$$

La somme du carré de  $x$ , du produit de  $2$  par  $6.7$  et par  $x$ , et du carré de  $6.7$ .

$$(6.7 + x)^2$$

Le carré de la somme de  $x$  et  $6.7$ .

$$x^2 + 2x \times 6.7 + 6.7^2$$

La somme du carré de  $6.7$  et du carré de  $x$ .

$$(x - 6.7)(x + 6.7)$$

Le produit de la différence entre  $x$  et  $6.7$  et de la somme de  $x$  et  $6.7$ .

Envoyer la réponse

### Expressions et phrases (procédural)(#).

Importer dans la classe

Exercice.  
Relier chaque expression à la phrase correspondante :

$$x^2 - z^2$$

Soustraire  $z$  à  $x$ . Mettre le résultat au carré.

$$(x + z)^2$$

Mettre  $z$  et  $x$  au carré. Ajouter le carré de  $z$  au carré de  $x$ .

$$(x - z)^2$$

Mettre  $x$  au carré. Mettre  $z$  au carré. Soustraire les deux résultats.

$$x^2 + z^2$$

Soustraire  $z$  à  $x$ . Ajouter  $x$  et  $z$ . Multiplier les deux résultats.

$$(x - z)(x + z)$$

Ajouter  $x$  et  $z$ . Mettre le résultat au carré.

$$x^2 + 2xz + z^2$$

Mettre  $x$  au carré. Multiplier  $2$  par  $x$  et par  $z$ . Mettre  $z$  au carré. Ajouter les trois résultats.

Exercice.

Des amis sont au bar. Ils consomment 5 cocas et 4 cafés et payent 30 euros.

Puis ils commandent 7 cocas et 2 cafés et payent 40 euros.

Quel est le prix d'un coca, et celui d'un café ?

Prix d'un coca:	<input type="text"/>
-----------------	----------------------

Prix d'un café:	<input type="text"/>
-----------------	----------------------

insérer dans une feuille de travail

Importer dans la classe

### Cinéma

Exercice.

Un groupe de 48 personnes vont au cinema, composé d'élèves majeurs et de professeurs.

Le billet coûte 5.2 euros pour un étudiant majeur et 3.1 euros pour un étudiant mineur, tandis qu'un professeur doit payer son billet à 10 euros.  
Le groupe dépense au total 232.8 euros.

Sachant qu'il y a un professeur pour 5 élèves, combien y a-t-il d'étudiants mineurs, d'élèves majeurs et de professeurs dans ce groupe ?

Nombre d'élèves mineurs:	<input type="text"/>
Nombre d'élèves majeurs:	<input type="text"/>
Nombre de professeurs:	<input type="text"/>

Envoyer la réponse