Global Positionning System

Afonso Li, Yvan Haiby

14 avril 2019

Suite à l'apparition de la cartographie scientifique grâce aux Grecs à l'Antiquité, avec l'aide des boussoles.Une boussole est un instrument de navigation constitué d'une aiguille magnétisée qui s'aligne sur le champ magnétique de la Terre. Elle indique ainsi le Nord magnétique, à distinguer du Pôle Nord géographique. La différence entre les deux directions en un lieu donné s'appelle la déclinaison magnétique terrestre. Selon la précision requise, on s'accommode de cette différence ou on utilise un abaque de compensation. Observé depuis la France (en 2016), les deux directions sont sensiblement identiques. L'Homme commence à comprendre comment se localiser.

Problématique : Comment la création du GPS a-t-elle permit une localisation plus précise de l'homme sur la planète terre ?

Table des matières

1 Innovation

1.1 Lancement des satellites

1.1.1 Spoutnik

Daily Press

NEWPORT NEWS—WARWICK—HAMPTON

Satellite Beeps Cease 6 Hours, Then Resume; Cause Unknown

DODGERS' MOVE TO COAST NOW OFFICIAL

Judge Postpones Criminal Cases On Little Rock School Disorders

SPUTNIK BEEPS AGAIN

Sputnik 1 and the front page of the Oct. 9, 1957, Daily Press, featuring a story about the interruption of the satellite's beeps.

Replica duplicates original sound

By Richard Stradling
Daily Press

Nowadays, it's difficult to imagine how a simple beeping radio signal could captivate the world.

But it did, after the Soviet Union announced on Oct. 5, 1957, that it had launched Sputnik, the world's first man-made satellite. For several days, the only proof of the claim was the steady beep, beep, beep that Sputnik broadcast as it circled the globe.

Forty years later, the beep is back. Earlier this month, Russian cosmonauts launched a replica of Sputnik 1 from the space station Mir. Though a third the size of the original 183-pound sphere, Sputnik 40 is recreating what was once a solitary signal from space.

"There's a continuous beep, beep — about 80 beeps a minute," said Jim Byrd, an amateur radio operator from Newport News who has heard it. "That's just like the original Sputnik."

The launch of the melon-sized replica during a spacewalk on Nov. 3 went largely unnoted in the United States. Press accounts the following day focused on the efforts by cosmonauts to boost Mir's diminished energy supply and on how their spacewalk was hampered by problems with their spacesuits.

If today's Sputnik beep is overshadowed by the problems of the Russian space program, the original beep was a testament to its prowess.

Though some scientists and politicians argued otherwise, many Americans saw Sputnik 1 as a blow to America's prestige — and evidence that the Soviet Union was ahead technologically and militarily. One U.S. Senator said unless the country changed its defense policies, the Soviets would move from "superiority to supremacy."

Five days passed after the launch before the Soviet Union released a photo of Sputnik 1. In the meantime, all people had was their imaginations and the beep. Chuck Eldred was a freshman at the Uni-

Please see Sputnik/A2

WHAT'S IN A NAME?

Sputnik comes from a Russian word that means traveling companion. Among Russian astronomers, it also meant satellite — an object that revolves around another.
The Earth's original satellite is the moon. When Sputnik 1 (pronounced Spoot'-neek) was put in orbit on Oct. 4, 1957, it was called the "world's first artificial moon." In the days that followed, it was called the "baby moon," the "Russian moon" and the "first of the man-made moons."
The first "American moon," Explorer 1, was launched from Cape Canaveral, Fla., on Jan. 31, 1958.

Spoutnik est le premier satellite artificiel, il a été lancé par les russes en 1957. Très vite, des étudiant à l'université de MIT ont constaté une variation dans la fréquence radio émise par spoutnik. Les ondes radio captées avaient une fréquence différente par rapport à la position du satellite, Il s'agit de l'effet de doppler. Cela a inspiré des scientifiques américain à localiser les satellite en orbite, et puis avec l'effet inverse, on localise des récepteur sur terre.

1.1.2 Transit

Trois ans plus tard l'US navy ont lancé leur propre satellite afin de l'utiliser comme système de positionnement, c'est le fameux système Transit. Ce système avait des applications militaires américaine. Certes il était précis, mais il prenait beaucoup de temps à localiser les récepteurs sur terre à cause du fait qu'il fallait qu'il passe deux fois au dessus du récepteurs afin d'avoir une localisation précise.

1.1.3 NAVS.T.A.R.

En 1963, The Aerospace corporation propose un nouveau concept de positionnement terrestre. Celui ci était capable de localiser des récepteurs n'importe où sur la terre et en temps réel grâce à la triangulation. Ce système avait besoin de 27 satellites dont 24 minimum et 3 substitue dans le cas de pannes. Le gouvernement américain prend le concept en compte et 11 ans plus tard, en 1974 il lance le premier satellite du système NAVSTAR pour faire des testes. Ce n'est qu'en 1985 qu'ils commencent à l'utiliser proprement après avoir lancer un total de 12 satellites.

1.2 Création du GPS

1.2.1 Accès public au futur GPS

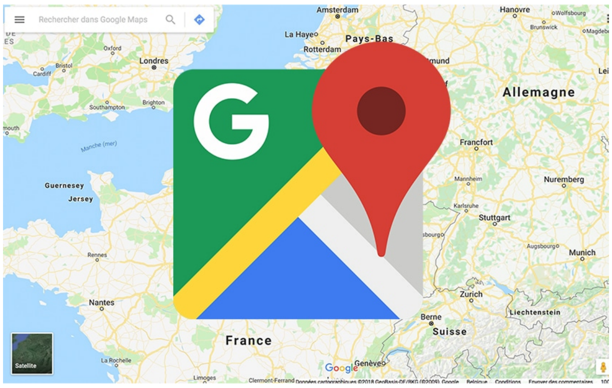
En 1983 un avion commercial coréen a été abattu par les russes suite à son intrusion accidentelle dans le territoire soviétique. Afin d'éviter un tel accident dans le futur le président américain Reagan annonce qu'il allait donner l'accès au public du système de positionnement une fois qu'il sera prêt. Le gouvernement américain contacté de nombreuses entreprises privées internationales afin de développer des récepteurs pour leurs besoins.

1.2.2 Les premiers GPS

nav 1000.jpg 

En 1989, magellan systems corporation annonce leur nouveau produit, le magellan nav 1000, le premier récepteur GPS portable. Le récepteur était annoncé tôt puisque ce n'est qu'en 1995 que le système GPS est prêt, avec les 27 satellites en orbite qu'il faut. Cinq ans après il lance des satellites du deuxième bloc avec une adaptation au besoins civils.

1.2.3 L'adoption du GPS par les autres technologies



Après, dans les années 2000 toutes les nouvelle technologies essaye d'adapter le GPS à leur produit. Il y a eu le premier téléphone portable avec intégration d'un récepteur GPS, ce fut le Benefon ECS !. Un an plus tard TomTom a crée le TomTom start, un GPS qui a été intégré dans presque toutes les voitures. En 2005 google annonce un produit qu'ils ont travaillé sur, Le Google maps. Et suite aux apparitions des smartphones en 2007, il y en a pas eu sans intégration de la puce GPS. La technologie est aujourd'hui standardisée et utilisée partout. De quoi est compose cette technologie ?

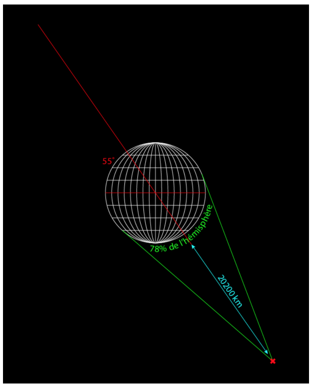
2 Composition

Le GPS est un système qui est composé de 3 grandes parties : les satellites, les ground controls et les recepteurs.

2.1 Sur Terre

En première partie, on a les stations de controle (ground control) qui sont sur terre. Ces stations sont réparties sur la terre. Ils communiquent avec les satellites afin de surveiller et de contrôler leurs orbits. Il surveillent aussi l'état de chaque satellite afin de savoir quand activer les satellite de réserve. Finalement ils envoient des corrections aux horloges atomique qui sont à bord des satellites. Ensuite, on a les récepteurs sur terre. Les récepteurs sont les seules parties achetées par l'utilisateur et elle reçoivent des messages des satellites contenant les information nécessaire afin de calculer sa position.

2.2 Dans l'Espace

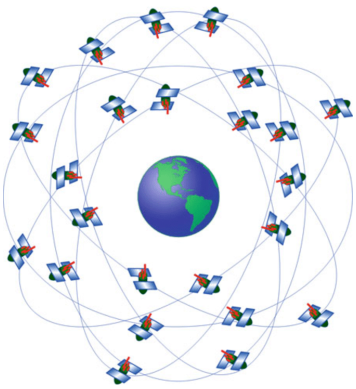


Finalement, il y a les satellites en orbite. Tous les satellites orbite la terre sur un angle de 55°de l'equateur. Les satellites sont placés à une altitude de 20200 km. À cette position, ils font 2 fois le tour de la terre en un jour ayant une période d'une demi journée sidereal soit 11 h 58 min 2s. Un satellite couvre 78% de l'hémisphère, pour couvrir la surface de la terre entière, il nous faut donc 6 orbites différents placé à 60°l'un de l'autre. Or pour qu'on puisse trianguler la position de n'importe quel récepteur, il nous faut au moin 4 satellite à tout moment et à n'importe position sur Terre. Cela nous fait 4 satellites sur chacun des 6 orbites, d'où le minimum de 24 satellites. Sur chaque orbite le deuxième satellite est placé à 30°du premier, le troisième à 105°et le quatrième à 120°. Cette répartition des satellites assure une meilleure couverture de la terre à tout moment afin de ne jamais avoir des satellite alignés au dessus d'un récepteur.

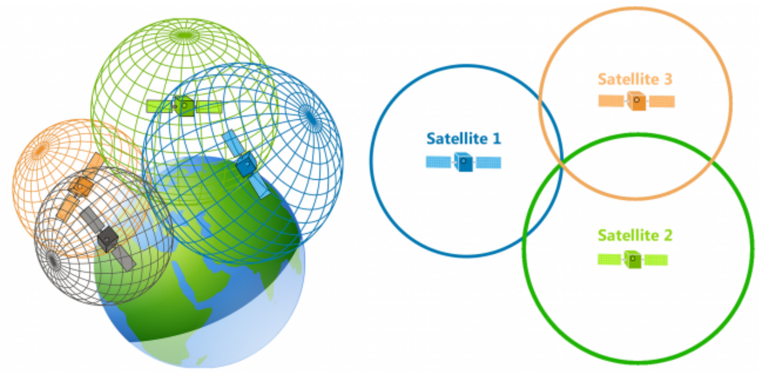
3 Positionnement

Comment es ce que le récepteur calcule sa position ? Cela est fait grace a la triangulation.

3.1 Triangulation



Ce que nous appelons en français la triangulation s'agit en fait de la trilatération en anglais. La trilatération est une technique mathématique qui permet de déterminer la position relative d'un point en utilisant la géométrie des triangles tout comme la triangulation. Mais contrairement à la triangulation, qui utilise les angles pour positionner un point, la trilatération utilise les distances entre un minimum de points de référence. On s'intéresse à l'éssentiel de notre sujet, comment le récepteur calcule-t-il sa position ? Nous allons supposer qu'en théorie les horloges de satellites et des récepteurs sont bien synchronisés même si ce n'est pas le cas. Puisque les horloges des satellites sont beaucoup plus performants que les les horloges qui sont sur les récepteurs (avec coût de production très bas) .



Le récepteur calcule le temps T1 mis par le signal émis par un premier satéllite P1 pour parcourir la distance qui le sépare du satéllite. Etant donné que le signal voyage à la vitesse de la lumière c, le récepteur calcule la distance $r_1 = ct_1$

$$(x - a_1)^2 + (y - b_1)^2 = r_1^2 c^2 t_1^2$$

Or cela ne suffit pour déterminer notre position sur la terre. Avec un seul satéllite, on pourrait être sur n'importe quel point sur la sphère de rayon r1. Ainsi nous allons introduire encore deux satéllites pour réalisé la triangulation. Le récepteur capte donc le signal d'un deuxième satellite P2, mesure son temps de parcours t2 et en déduit la distance r2 = ct2 de P2 au récepteur. Comme précédemment, on peut en déduire que le récepteur se trouve sur la sphère S2 centrée en P2 de rayon r2. En supposant que le deuxième satellite est situé au point (a2, b2, c2), alors (x, y, z) satisfait l'équation des points de la sphère de centre (a2, b2, c2) et de rayon r2 à savoir :

$$(x - a_2)^2 + (y - b_2)^2 = r_2^2 c^2 t_2^2$$

Maintenant que le deuxième satellite est introduit, l'intersection de ces deux sphères forment un cercle et le récépteur ne pourrait qu'être dans ce cercle. Enfin avec un troisième satéllite qu'on traite de même façon. Alors, le récepteur est situé sur la sphère S3 centrée en P3 de rayon r3 = ct3. Si (a3, b3, c3) sont les coordonnées de P3, alors (x, y, z) satisfait l'équation des points de la sphère de centre (a3, b3, c3) et de rayon r3 'a savoir :

$$(x - a_3)^2 + (y - b_3)^2 = r_3^2 c^2 t_3^2$$

Maintenant que nous avons une intérsection entre un cercle et une sphère, on obtient deux points où s'agit du récepteur, puis l'autre est placé irrationnellement, que nous allons vous expliquer pourquoi après.

Alors comment est-ce que nous allons trouver la solution de ce système composé de équations quadratique ? (une équation quadratique est un polynôme de degrè minimal 2 par exemple $x^2 +$

$2x - 3 = 0$). Cela sera beacoup plus facile à calculer si on avait des équations linéaires comme on a vu en algèbre. Et si on faisait une soustration des équations ? On va soustraire la troisième équation aux deux premières. ce qui va nous donner :

$$2(a_3 - a_1)x + 2(a_3 - b_1)y + (c_3 - c_1)z = A_1$$
$$2(a_3 - a_2)x + 2(a_3 - b_2)y + (c_3 - c_2)z = A_2$$
$$(x - a_3)^2 + (y - b_3)^2 = r_3^2 c^2 t_3^2$$

Ici on va remplacer la partie de droite par A1 et A2, pour mieux comprendre avec A1 et A3 sous cette forme :

$$A_1 = c^2(t_1^2 - t_3^2) + (a_1^2 - a_3^2) + (b_1^2 - b_3^2) + (c_1^2 - c_3^2)$$
$$A_2 = c^2(t_2^2 - t_3^2) + (a_2^2 - a_3^2) + (b_2^2 - b_3^2) + (c_2^2 - c_3^2)$$

Dans la réalité, ces trois satéllites ne sont jamais alignés, du coup , cela fait que l'un des ces trois déterminants est forcément non nul, ce qui va nous permettre d'utiliser la règle de Cramer :

$$\begin{vmatrix} a_3 - a_1 & b_3 - b_1 \\ a_3 - a_2 & b_3 - b_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_3 - a_1 & c_3 - c_1 \\ a_3 - a_2 & c_3 - c_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} b_3 - b_1 & c_3 - c_1 \\ b_3 - b_2 & c_3 - c_2 \end{vmatrix}, x = \frac{\begin{vmatrix} A_1 - 2(c_3 - c_1)z & 2(b_3 - b_1) \\ A_2 - 2(c_3 - c_2)z & 2(b_3 - b_2) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_3 - a_1 & b_3 - b_1 \\ a_3 - a_2 & b_3 - b_2 \end{vmatrix}} \; y = \frac{\begin{vmatrix} 2(a_3 - a_1)z & A_1 - 2(c_3 - c_1) \\ 2(a_3 - a_2)z & A_2 - 2(c_3 - c_2) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_3 - a_1 & b_3 - b_1 \\ a_3 - a_2 & b_3 - b_2 \end{vmatrix}}$$

En remplaçant x et y par les x, y dans la troisième équation que nous avons laissée, on obtient une équation quadratique en z dont on peut calculer les deux solutions z1 et z2. En remplaçant z successivement par z1 et z2 dans dans les x et y que nous avons posé avec la régle de Cramer, on obtient les valeurs correspondantes x1, x2 et y1, y2. Ces calculs sont pour nous les humains, trop long à calculer, pour cela nous allons utiliser des algorithmes.
On avait dit avant qu'il existait deux points, et que l'un était irréaliste, pourquoi ?

3.1.1 Choix de l'axe

Si on fixe un axe, qui le centre de la Terre comme le centre des coordonnées, on prend la ligne qui passe par les pôles et est orienté vers le pôle Nord. Et dans le plan de l'équateur, on aura les axes x et y.
Le rayon de la Terre étant R (R est environ 6365 km), une solution (xi, yi, zi) est acceptable si $x_i^2 + y_i^2 + z_i^2 \approx (6365 \pm 50)2$. Si un point (x, y, z) est sur la sphère de rayon R, signifiant à l'altitude 0, alors sa longitude et sa latitude sont obtenues en résolvant le système d'équations

$$x = RcosLcosl$$
$$y = RsinLcosl$$
$$z = Rsinl$$

$Commel \in [-90°, 90°], onobtient :$

$$l = arcsin\frac{z}{R}$$

3.1.1
ce qui permet de calculer cosl. La longitude L est alors uniquement déterminée par les deux équations : $\begin{cases} 3.1.1 cosL = \frac{x}{Rcosl} \\ sinL = \frac{y}{Rcosl} \end{cases} \begin{cases} L = arccos(\frac{x}{Rcos(arcsin\frac{z}{R})}) \\ L = arcsin(\frac{y}{Rcos(arcsin\frac{z}{R})}) \end{cases}$

On va maintenant calculer la position du récepteur, de coordonnées (x,y,z) On cherche tout d'abord de déterminer sa distance h au centre de la terre :

$$h = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Pour calculer sa latitude et sa longitude : on va reprendre les formules en remplaçant R par h, on obtient :

$$(x_0, y_0, z_0) = (x\frac{R}{h}, y\frac{R}{h}, z\frac{R}{h})$$

Or, malheuresement dans la vraie vie, c'est plus compliqué que ça, comme on cherche à minimiser les erreurs, la triangulation avec 3 satéllites ne suffit pas. Parce que l'horloge du récepteur Gps n'est pas parfaitement à l'heure, la précision de la position calculée est fortement dégradée. Eneffet, l'onde se propage à vitesse de la lumière, un retard de ou une avance de 1 micro seconde entraîne une erreur de 300 mètres sur la distance. Seules les horloges atomiques permettent d'atteindre la précision nécéssaire à un bon positionnement. Pour régler ça, nous allons intégré un quatrième satéllite.

Avant , nous avions trois inconnues x, y, z. Pour les trouver, nous avons donc eu besoin de mesurer trois quantités t1, t2 et t3. Maintenant, notre récepteur mesure bien des temps T1, T2 et T3, mais ces temps ne sont pas précis à cause de l'horloge des récepteurs GPS, car le Le temps Ti mesuré par le récepteur est donc donnée par

τ=(heure d'arrivée du signal sur l'horloge du récepteur)- (heure d'arrivée du signal sur l'horloge du satellite). Puis, nous ferons le même démarche que tout à l'heure mais cette fois-ci avec 4 satellites

$$(x - a_1)^2 + (y - b_1)^2 + (z - c_1)^2 = c^2(T_1 - \tau)^2$$
$$(x - a_2)^2 + (y - b_2)^2 + (z - c_2)^2 = c^2(T_2 - \tau)^2$$
$$(x - a_3)^2 + (y - b_3)^2 + (z - c_3)^2 = c^2(T_3 - \tau)^2$$
$$(x - a_4)^2 + (y - b_4)^2 + (z - c_4)^2 = c^2(T_4 - \tau)^2$$

Avec 4 inconnues x, y, z, τ . On peut faire comme précédemment, on va réalisé des oprérations élémentaires. On va soustraire la quatrième équation aux trois premières, on a alors :

$$2(a_4 - a_1)x + 2(a_4 - b_1)y + (c_4 - c_1)z = 2ct^2\tau(T_4 - T_1) + B_1$$
$$2(a_4 - a_2)x + 2(a_4 - b_2)y + (c_4 - c_2)z = 2ct^2\tau(T_4 - T_2) + B_2$$
$$2(a_4 - a_2)x + 2(a_4 - b_2)y + (c_4 - c_2)z = 2ct^2\tau(T_4 - T_3) + B_3$$
$$(x - a_4)^2 + (y - b_4)^2 + (z - c_4)^2 = c^2(T_4 - \tau)^2$$

Avec B1, B2 et B3 sous cette forme :

$$B_1 = c^2(T_1^2 - T_4^2) + (a_4^2 - a_1^2) + (b_4^2 - b_1^2) + (c_4^2 - c_1^2)$$

$$B_2 = c^2(T_2^2 - T_4^2) + (a_4^2 - a_2^2) + (b_4^2 - b_2^2) + (c_4^2 - c_2^2)$$
$$B_3 = c^2(T_3^2 - T_4^2) + (a_4^2 - a_3^2) + (b_4^2 - b_3^2) + (c_4^2 - c_3^2)$$

Dans le syst'eme , la règle de Cramer appliquée aux trois premières équations permet de tirer x, y, z en fonction de τ : $x = \dfrac{\begin{vmatrix} 2c^2\tau(t_4 - T_1) + B_1 & 2(b_4 - b_1) & 2(c_4 - c_1) \\ 2c^2\tau(t_4 - T_1) + B_2 & 2(b_4 - b_1) & 2(c_4 - c_1) \\ 2c^2\tau(t_4 - T_1) + B_3 & 2(b_4 - b_1) & 2(c_4 - c_1) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2(a_4 - a_1) & 2(b_4 - b_1) & 2(c_4 - c_1) \\ 2(a_4 - a_2) & 2(b_4 - b_2) & 2(c_4 - c_2) \\ 2(a_4 - a_3) & 2(b_4 - b_3) & 2(c_4 - c_3) \end{vmatrix}}$ $y = \dfrac{\begin{vmatrix} 2(b_4 - b_1) & 2c^2\tau(t_4 - T_1) + B_1 & 2(c_4 - c_1) \\ 2(b_4 - b_1) & 2c^2\tau(t_4 - T_1) + B_2 & 2(c_4 - c_1) \\ 2(b_4 - b_1) & 2c^2\tau(t_4 - T_1) + B_3 & 2(c_4 - c_1) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2(a_4 - a_1) & 2(b_4 - b_1) & 2(c_4 - c_1) \\ 2(a_4 - a_2) & 2(b_4 - b_2) & 2(c_4 - c_2) \\ 2(a_4 - a_3) & 2(b_4 - b_3) & 2(c_4 - c_3) \end{vmatrix}}$

$$z = \dfrac{\begin{vmatrix} 2(b_4 - b_1) & 2(c_4 - c_1) & 2c^2\tau(t_4 - T_1) + B_1 \\ 2(b_4 - b_1) & 2(c_4 - c_1) & 2c^2\tau(t_4 - T_1) + B_2 \\ 2(b_4 - b_1) & 2(c_4 - c_1) & 2c^2\tau(t_4 - T_1) + B_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2(a_4 - a_1) & 2(b_4 - b_1) & 2(c_4 - c_1) \\ 2(a_4 - a_2) & 2(b_4 - b_2) & 2(c_4 - c_2) \\ 2(a_4 - a_3) & 2(b_4 - b_3) & 2(c_4 - c_3) \end{vmatrix}}$$

Ici, le dénominateur est forcément non nul, sinon les quatres se retrouveront sur le même plan qui est impossible.

4 Conclusion

Nous avons donc vu, comment le récepteur calcule sa postion grâce aux satellites qui sont tout le temps, mais cette technogie n'a pas encore touché le sommet, il reste beaucoup de choses à améliorer par exemple, si on avait des horloges plus précis, la positionnement sera beaucoup plus exactes, on pourrai même réduire la distance d'erreur jusqu'à 10 cm ou même moins. Le GPS que nous avons étudier est enfait un système de positionnement fabriqués par les américains. Aujourd'hui les chinois avec leur progression incroyable en technologie ont développé Beidou, qui est devenu un grand rival de GPS. On pourra même se demander le GPS peut être sera dépassé par Beidou.