

Devoir maison 1 : Développements limités

Pour le mardi 3 avril

Exercice 1 :

1. Donner le développement limité de $\ln(1+x)$ au point 0 à l'ordre n . En déduire le développement limité de $\ln(2+x)$ au point 0 et à l'ordre n .
2. Déterminer le développement limité au point 0 à l'ordre 3 de la fonction $f(x) = \ln(1+e^{-x})$.
3. Déterminer l'équation de la tangente et la position de la courbe représentative de f au voisinage du point $x = 0$ et représenter sommairement la courbe de f au voisinage de 0.

Exercice 2 : Déterminer le développement limité de $g(x) = \frac{\cos(x)}{1-x}$ à l'ordre 4 en 0.

Exercice 3 :

1. Calculer la limite :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{x \ln(1+x^2)}.$$

2. Calculer la limite :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \sin\left(\frac{1}{x}\right) - x^2.$$

Exercice 4 : Etudier la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = (x+2) \exp\left(\frac{1}{x}\right)$.

Vous donnerez l'ensemble de définition, l'ensemble de dérivabilité, le tableau de variations (préciser les limites aux bornes de l'ensemble de définition et les extrema) et l'équation de l'asymptote en $+\infty$ et $-\infty$ en précisant la position de la courbe par rapport à l'asymptote.

Devoir maison 1 : Développements limités

Pour le mardi 3 avril

Exercice 1 :

1. Donner le développement limité de $\ln(1+x)$ au point 0 à l'ordre n . En déduire le développement limité de $\ln(2+x)$ au point 0 et à l'ordre n .
2. Déterminer le développement limité au point 0 à l'ordre 3 de la fonction $f(x) = \ln(1+e^{-x})$.
3. Déterminer l'équation de la tangente et la position de la courbe représentative de f au voisinage du point $x = 0$ et représenter sommairement la courbe de f au voisinage de 0.

Exercice 2 : Déterminer le développement limité de $g(x) = \frac{\cos(x)}{1-x}$ à l'ordre 4 en 0.

Exercice 3 :

1. Calculer la limite :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{x \ln(1+x^2)}.$$

2. Calculer la limite :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \sin\left(\frac{1}{x}\right) - x^2.$$

Exercice 4 : Etudier la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = (x+2) \exp\left(\frac{1}{x}\right)$.

Vous donnerez l'ensemble de définition, l'ensemble de dérivabilité, le tableau de variations (préciser les limites aux bornes de l'ensemble de définition et les extrema) et l'équation de l'asymptote en $+\infty$ et $-\infty$ en précisant la position de la courbe par rapport à l'asymptote.