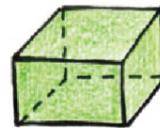


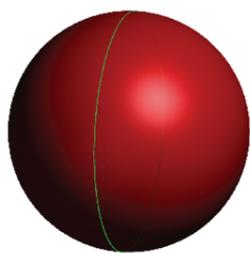
Courbes séparantes

Avec des objets en pâte à modeler, déformer un cube en sphère ou une tasse à café en bouée n'a rien de sorcier. En fait un peu d'imagination suffit à transformer une surface en une autre, tant que c'est possible.



Mais est-ce toujours possible ?

Peut-on sans déchirement ni collage passer d'une sphère à un tore ? Difficile à croire. Mais comment prouver que c'est impossible ?

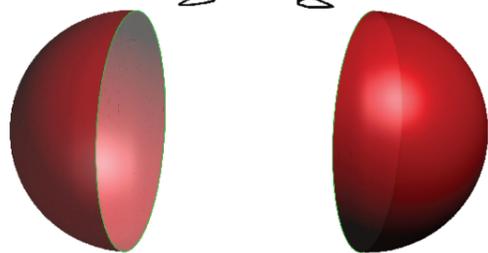


Une idée :
découper le long d'une courbe

Sur notre surface on trace une boucle : une courbe qui revient à son point de départ. Attention, on interdit les croisements !

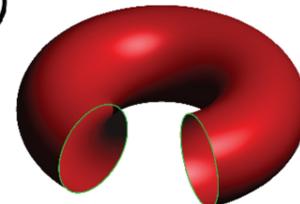
Avec des ciseaux, on découpe le long de cette courbe.

On compte le nombre de morceaux.

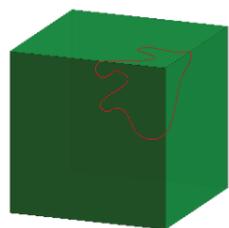


Sur la sphère on obtient **toujours** deux morceaux !

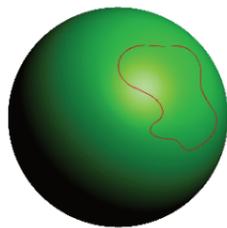
Mais pas sur le tore !



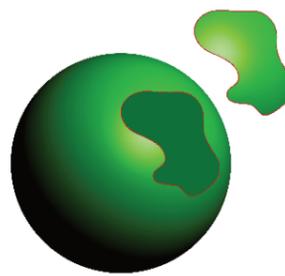
Le nombre de morceaux obtenus reste le même après déformation :



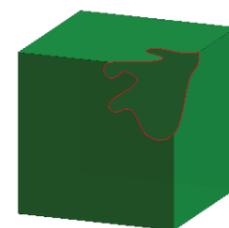
On prend une boucle sur le cube. On déforme le tout,



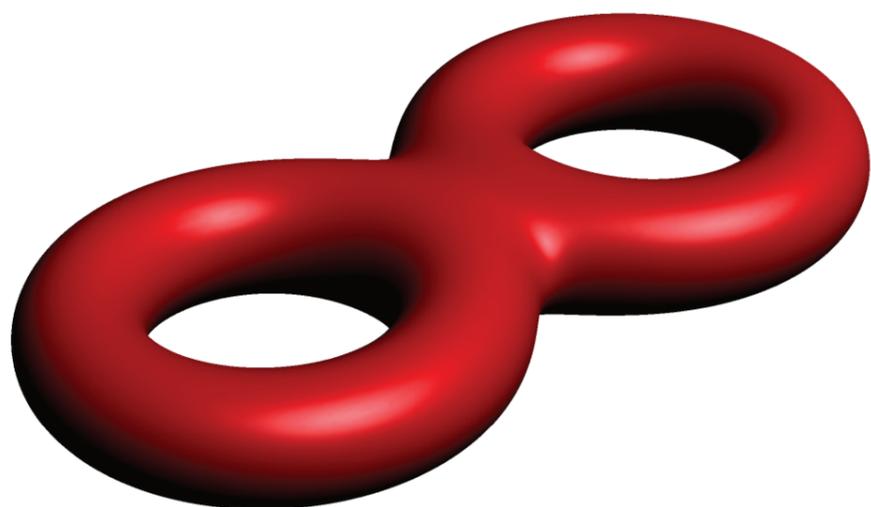
on coupe:



cette boucle sépare bien le cube en deux morceaux !



Comme le tore admet une courbe qui ne le sépare pas en deux morceaux, il n'est pas obtenu en déformant la sphère !



Et les bouées avec plus de trous ?

On peut distinguer les surfaces en fonction de leur nombre de trous. Pour le voir on les découpe le long de plusieurs boucles. Par exemple sur la bouée ci-contre on peut tracer deux boucles qui ne se croisent pas, et telles qu'en les découpant on ait toujours un seul morceau. Les voyez vous ?

Est-ce possible sur le tore ?