Exercice 1
Calculer

$$\int_0^1 x^3\,dx, \qquad \int_1^4 \frac{1}{x^2}\,dx, \qquad \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx, \qquad \int_1^4 \frac{1}{x\sqrt{x}}\,dx, \qquad \int_0^\pi \sin(x)\,dx.$$

Exercice 2
Déterminer les primitives des fonctions suivantes en précisant le domaine maximal de définition :

$$x \mapsto \cos(3x-5) \qquad x \mapsto \frac{x^3-2x^2-3x+4}{x^2} \qquad x \mapsto \frac{1}{x-2}\ .$$

Exercice 3
Calculer les primitives suivantes en intégrant par parties :

$$\begin{array}{ccc} \int x\sin x\,dx, & \int 2xe^{-x}\,dx, & \int \ln(1+x)\,dx, \\ \int 2x\ln(x-5)\,dx, & \int x(\ln(5x))^2\,dx, & \int (x+1)^2\cos x\,dx, \\ \int 2x\arctan x\,dx, & \int e^x\sin x\,dx, & \int \sqrt{1-x^2}\,dx. \end{array}$$

Exercice 4
Calculer les primitives suivantes à l'aide d'un changement de variable approprié :

$$\begin{array}{c} \int \sqrt{1-t^2}\,dt, \quad \int \frac{dx}{\sqrt{3+x}}, \\ \int \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx. \end{array}$$

Exercice 5
On suppose $\int_0^3 \sqrt{9-x^2} = \frac{9\pi}{4}$ *connue.*
Soient $A = \int_0^3 (\sqrt{9-x^2}-3)dx$ *et* $B = \int_0^3 \frac{x^2}{\sqrt{9-x^2}+3}dx$. *Calculer* A, $A+B$ *puis* B.

Exercice 6
Calculer

$$\int_0^1 e^{-x}\,dx, \quad \int_0^1 xe^{2x}\,dx, \quad \int_0^1 2x\,e^{x^2}\,dx, \quad \int_0^1 e^x\sqrt{e^x+3}\,dx,$$

$$\int_2^3 x\sin(x^2)\,dx, \quad \int_2^3 \frac{x}{x^2-3}\,dx, \quad \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}\,dx, \quad \int_0^{\pi/3} \frac{\cos(x)}{1-\sin(x)}\,dx,$$

$$\int_0^1 x^2\sqrt{x^3+1}\,dx, \quad \int_0^{\pi/2} \sin(x)\cos(x)\,dx, \quad \lim_{x\to\infty}\int_0^x \frac{1}{1+t^2}\,dt, \quad \int_0^\pi \sin(\sqrt{x})/\sqrt{x}\,dx.$$

Exercice 7
Calculer la primitive suivante (soit en intégrant par parties, soit en faisant un changement de variables) : $\displaystyle\int \frac{\ln(x)}{x}\,dx$

Exercice 8
Déterminer deux réels a *et* b *tels que, pour tout réel* x *différent de* -1 *et* 5, *on ait :* $\frac{1}{x^2-4x-5} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x-5}$. *En déduire la valeur de* $\displaystyle\int_0^2 \frac{1}{x^2-4x-5}\,dx$.

Exercice 9
Calculer

$$\int_2^3 \frac{x}{x^2-3}\,dx, \qquad \int_1^2 \frac{x}{\sqrt{5-x^2}}\,dx \qquad \int_0^1 \frac{\cos(x)}{1-\sin(x)^2}\,dx$$

Exercice 10
Trouver les primitives

$$\int x^2\sqrt{x^3+1}\,dx, \qquad \int \frac{x+1}{x^2+2x+2}\,dx, \qquad \int \sin(x)\cos(x)\,dx$$

On pourra proposer deux raisonnements différents pour la dernière primitive.

Exercice 11
Soient $\lambda, T > 0$. Calculer $I(T) = \int_0^T \lambda e^{-\lambda t}\,dt$ et $E(T) = \int_0^T t\lambda e^{-\lambda t}\,dt$
Déterminer les limites de $I(T)$ et $E(T)$ quand T tend vers infini.

Exercice 12
Soit $n \in \mathbb{N}$ et $x > 0$. On pose

$$I_n(x) = \int_0^x t^n e^{-t}\,dt \quad \text{et} \quad J_n = \lim_{x\to+\infty} I_n(x)$$

Établir une reltion de récurrence (sur n) vérifié par $I_n(x)$; en déduire une relation de récurrence vérifiée par J_n, et enfin calculer J_n pour tout $n \geq 0$.

Exercice 13
Calculer les primitives suivantes : $\displaystyle\int \frac{1}{\sin(x)}\,dx, \qquad \int \frac{1}{x\ln(x)\ln(\ln(x))}\,dx.$